

図形に関する経験と図形感覚との関連性の考察

新教材ペントミノを用いた実践を通して

多和田温子¹, 山路健祐², 山田雅博³, 山田和弘⁴

学習指導要領において、第2学年の図形の内容における目標に「具体物を用いた活動を通して、図形についての理解の基礎となる経験を一層重ね、図形についての感覚を豊かにする。」と記されている。子どもたちが興味を持って取り組める教材であるペントミノを用いて具体的な操作活動を中心とした授業を展開する。その実践を通して、子どもたちのこれまでの日常の中での図形経験と、子どもたちが持っている図形感覚との関係に着目した。また、ペントミノという教材が現在の算数科の図形教育において、どのように活用できるのかを、これからの課題を含め考察していきたい。

<キーワード> ペントミノ, 図形に関する経験, 図形感覚, 具体的操作活動

1. はじめに

図形に関する経験と図形感覚の関連についてと、教具としてのペントミノの有効性について論じていく。

1-1. 図形に関する経験と図形感覚

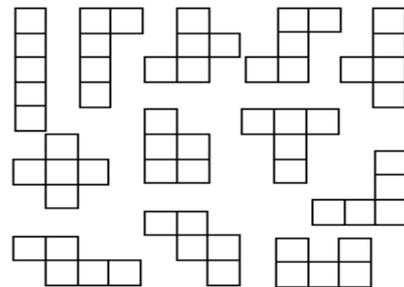
著者は、図形感覚というものは、子どもがこれまでにどのように図形と関わってきたかによって、子ども1人1人様々であると考えられる。特に低学年の子どもにおいては、幼児期に遊びの中で図形と触れ合う機会、時期、方法によって図形感覚に違いが生じていると考えられる。例えば、幼児期からパズルや積み木が好きで図形に関して経験豊富な子どもと、興味を持ってこなかった子どもとでは、図形感覚は異なっているだろうと考える。

そこで、「図形感覚はそれまでの経験による」という仮説を立て、第2学年の児童を対象とし、実際の授業を通して検証することとした。検証の方法として、幼児期から現在に至るまでの図形と触れ合ってきた経験量（機

会、時期、方法）と、授業における子どもの興味関心、取り組む姿勢、課題に対する達成度などについてアンケートをとり、図形経験と図形感覚の関連性について考察していきたい。

1-2. 新教材としてのペントミノ

「ペントミノ」とは、5つの正方形の辺と辺とをつなぎ合わせてできる形のことであり、全部で12種類ある。さらに、この12種類の形を組み合わせると長方形に敷き詰められる。長方形は、 3×20 、 4×15 、 5×12 、 6×10 の4種類ある。この組み合わせ方は多様で、パズル遊びとして用いられてきたものである。



¹美濃加茂市立山手小学校

²岐阜大学大学院教育学研究科

³岐阜大学教育学部

⁴岐阜市立加納小学校

ペントミノを教材として用いることは、大きく分けて次の二点の学習が期待できる。一点目は、子どもたちが実際に手を使って「ずらす」「まわす」「ひっくり返す」などの操作をすることで、図形感覚の基本を身に付けることができる。二点目は、試行錯誤しながら、自分で何かを作ったり動かしたりすることにより「活動の楽しさ」を味わうことができる。

2. 学習指導案

この研究に関する授業では、5つの正方形を用いて異なる12種類の形を見つける活動(第1時)と、長方形に敷き詰める活動(第2時)を行う。

2-1. 指導の立場

第1時では、これまでに児童が学習している「四角形は四本の直線で囲まれている形」ということの意味を、正方形をつなげる活動を通して深める。また、回したり裏返したりすると同じ形になるということから、合同と

いう概念を感覚的にとらえることができる。

第2時では、第2学年ということに配慮し、組み合わせ方の描かれた紙を使って敷き詰めていく。その中に組み合わせ方が描かれていない箇所を児童が考えて敷き詰めていく。児童にとって考えながら長方形に敷き詰めたり、分解したりする活動は図形感覚を養う学習となり、図形の面白さや不思議さを感じることができると思う。また、長方形を2種類用いることにした。

2-2. 本時のねらい

ペントミノを用いた操作活動の中で養える力・ねらいは以下の通りである。

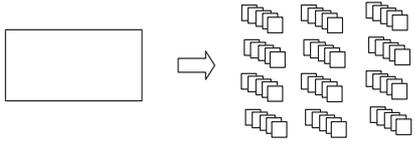
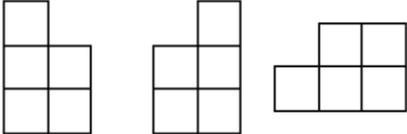
- ・「まわす」「ひっくり返す」操作によって、同じ形となることを理解する。

- ・長方形に敷き詰める活動を通して平面図形についての基礎となる経験を豊かにする。

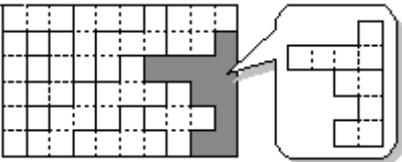
- ・試行錯誤の中での気づきや発見を味わい、意欲を持って活動できる。

2 - 3. 授業の展開

第1時の展開

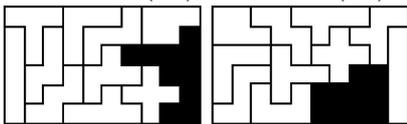
	主な学習活動	教師の働きかけ
導入	<p>1. 大きな長方形を見て、この中に12種類のピースが隠れていることを知り、活動への意欲を持つ。</p>  <p>ばらばらになったパズルをつくろう。</p>	<p>○ 「パズルがこなごなになってしまいました。このパズルをつくりましょう。」</p> <p>○ 正方形5枚と方眼用紙を配布する。</p> <p>○ 教師が1つ模範を見せ、見通しを持てるようにする。</p> <p>○ 辺と辺をぴったりつなげることや、正方形を重ねないよう教師が示し、条件の共通理解を図る。</p>
展開	<p>2. 5枚の正方形をつなげて形をつくる。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・「いろいろな形ができるよ」 ・「たくさん見つけたよ」 ・「同じような形がたくさんあるよ。」 <p>3. つくった形を発表する。</p>  <ul style="list-style-type: none"> ・「向きが違ったら、違う形といえるの？」 ・「ひっくり返したら同じ形になるよ。」 ・「どれも違う形ということにしたらすごい数の形ができてしまうよ。」 ・「12個より多くできてしまうよ。」 ・「これはどれも同じ形ということにしようよ。」 	<p>○ 回転させたり裏返ししたりすると同じ形になることへの気づきを大切にしていける。</p> <p>○ 回転や裏返すことにより同じ形となるものを1種類とするという条件を設定する。</p> <p>○ 形をつくれたら前で確認する。</p>
まとめ	<p>4. 条件からもう一度自分のつくった形を見直し、仲間の形を参考にしながら12種類の形を見つける。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・「12種類の形ができたよ。」 <p>5. 本時の振り返りをし、次時への意欲を持つ。</p>	<p>○ 子どもたちの本時の活動の姿を価値付ける。</p> <p>○ 次時は本時でつくった形を使ってパズルゲームをすることを伝え、次時へ意欲を持てるようにする。</p>

第2時の展開

	主な学習活動	教師の働きかけ
導入 展開 まとめ	<p>1. 前時につくった12種類の形について復習する。 ・教師が提示した形を袋から取り出す。</p> <p>パズルをつかって長方形をかんせいさせよう。</p> <p>2. 形を組み合わせて、長方形に敷き詰める。 まずはみんなそろってやってみる。 レベル1(ア) 6×10の長方形に敷き詰める。 2つの形を入れる。</p>  <p>自分のペースで問題に取り組む。 レベル1(イ) レベル2(ア)(イ) 3つの形を入れる。 ・黒板で確認する。 レベル3(ア)(イ) 5×12の長方形に敷き詰める。 2つの形を入れる。 ・黒板で確認する ・早くできた子は、レベル4に挑戦する レベル4(ア)(イ) 6×10の長方形に敷き詰める。 4つの形を入れる。 3. 本時の振り返りをし、12種類の形を使って 3×20 や 4×15 などもっとたくさんの長方形ができることを知り、意欲を高める。</p>	<p>○12種類の形と台などを配布する。</p> <p>○教具の使い方の説明をする。</p> <p>○穴があかないようにぴったり敷き詰めていくことを指導する。</p> <p>○うまく長方形を完成させることができたか確認する。</p> <p>○形を回したり裏返したりしている児童の姿を他の児童に広める。</p> <p>○友達と教えあう姿を認める。</p> <p>○うまく敷き詰められない児童には、ヒントを与えながら援助する。</p> <p>○レベル3では、違った形の長方形ができることを伝え、台を換えるよう指導する。</p> <p>○レベル4については休み時間や家庭でやってみるよう提案する。</p> <p>○本時の児童の取り組みの様子を評価する。</p>

授業で用いた問題については下図参照

<レベル1> (ア) (イ)



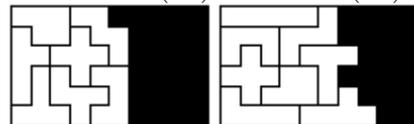
<レベル2> (ア) (イ)



<レベル3> (ア) (イ)



<レベル4> (ア) (イ)



3. アンケートの分析

3-1. アンケートの内容

第1章で述べた、「図形に関する経験と図形感覚」、「ペントミノの有効性」について調べるために行ったアンケートの内容は下記の通りである

〔第1時におけるアンケート項目〕

- パズル遊びは好きですか？
- パズルで遊んだことはありますか？
- 積み木は好きですか？
- 積み木で遊んだことはありますか？
- 外で遊ぶのは好きですか？
- 外で何をして遊ぶのが好きですか？
- 今日の授業はどうでしたか？

今日の授業はがんばって取り組みましたか？

- 正方形で形を作ることはできましたか？
- まわしたり、裏返したりすると同じ形になることに気付きましたか？

〔第2時におけるアンケート項目〕

- 今日の授業はどうでしたか？
- 今日の授業は頑張って取り組みましたか？
- 分からないところにパズルを入れることはどうでしたか？

- またこのパズルに挑戦したいですか？
- このパズルに興味をもてましたか？

それぞれの質問に対する回答を評価の高い順に1から4の4段階とし、児童に調査を行った。

3-2. 図形に関する経験と図形感覚について

授業を実践し授業後のアンケートから興味深い結果を得た。

第1時のアンケートの質問 ~ に関しては子どもたちがこれまで図形と触れ合ってきたかどのくらい興味があるかなど、子どもたちの意識を問うた。その結果が以下である。数値が低いほどパズル遊びが好きであったり、よく遊んできたりしたことを表している。

質問 1	質問 2	質問 3	質問 4
平均	平均	平均	平均
1.42	1.79	1.79	1.62

Table 1 図形感覚に関する質問

また子ども一人一人の質問 ~ の平均を表すものとして(A)を用いる。これは子どもたちの図形に関する経験・好き嫌いを示すものである。全体における(A)の平均は以下のものであった。

質問 ~
平均
1.59

ここで次の3通りの分類方法を考え、比較することとする。

(1) ... 質問 で1と回答した場合

これは質問 に対してよく遊んだと答えた児童を表す。属する児童の数は15人で全体の42.9%である。

(2) ... (A) が2以上の場合

これは全体と比べて図形経験が少なかったこと図形を使った遊びがそれほど好きではなかったことを表す。属する児童の人数は10人で全体の28.6%である。

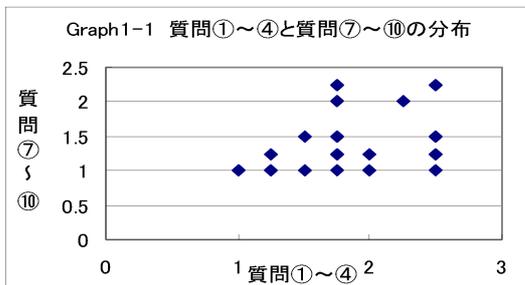
(3) ... 質問 ~ において1回でも3もしくは4と回答した場合

これはパズル遊びや積み木について嫌い大嫌いあまり遊ばなかった遊んだことはないと答えたことを表す。属する児童の人数は15人で全体の42.9%である。

第1時のアンケートの質問 ~ について考察する。ここで数値が低いほど第1時の授業が楽しかったがんばって取り組めた形を簡単に作れた「まわす」「ひっくり返す」という操作により同じ形と気付けたと児童が自己評価していることを表す。質問 ~ をまとめて平均を出すと以下ようになった。

	問 ~
全体の平均	1.19
(1)の平均	1.08
(2)の平均	1.40
(3)の平均	1.47

このようにパズルでよく遊んできた児童は第1時の授業について満足度も高く自己評価も高くなっている。また図形に関する経験が少なかったり興味があまりなかったりすると第1時での満足度や自己評価が低いことが分かった。

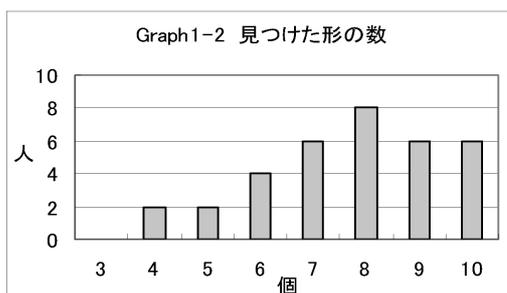


質問 ~ と質問 ~ の平均値の分布を表したものが Graph1-1 である。このグラフからは相関があるとははっきり言えない。そこで相関係数を求めてみる。

$$\text{相関係数} = 0.468$$

となる。これにより図形に関する経験と、図形感覚は正の相関にあると言える。

次に5つの正方形で作った形の数について分析する。12種類の形のうち授業の初めに授業者と児童と一緒に2個の形を作った。児童はそれ以外に最低で4個最高で10個の形を見つけることができた。児童が見つけた形の数 Graph1-2 に示した通りである。



残りの12個が見つけれない児童の姿が目立った。ここでも先ほどの(1)~(3)の分類を用いて見つけた形の数と比較してみる。

	形の数
全体の平均	7.71
(1)の平均	7.87
(2)の平均	8.50
(3)の平均	7.93

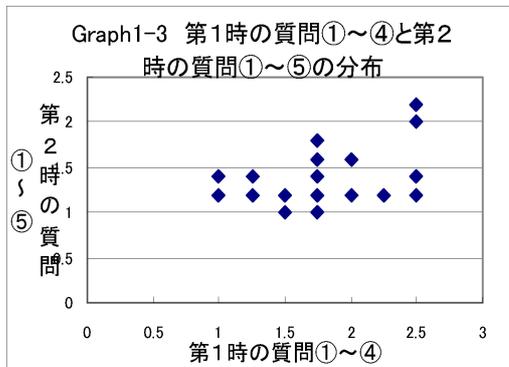
上の表からも分かるように見つけた形の数にはパズルや積み木の好き嫌い経験には関係ないようである。しかしこの結果は形を見つけるときに友達同士で相談してよいこととしたので児童の理解度がそのまま結果に表われなかったことも考えられる。

次に第2時の授業後に行ったアンケートについて分析していく。アンケートの質問 ~ は第2時の授業の満足度・自己評価に関するものである。ここでもパズルや積み木の好き嫌い・経験について(1)~(3)で比較・検討していく。

	質問 ~
全体の平均	1.30
(1)の平均	1.25
(2)の平均	1.44
(3)の平均	1.41

表を見てみると(1)の数値が低く、(2)(3)の数値が高くなっている。ここでもパズルや積み木が好きでよく遊んできた児童は授業への満足度自己評価ペントミノへの興味が高い。また(2)(3)のようにパズル積み木があまり好きでなくあまり遊んでこなかった児童は満足度自己評価興味が低くなっていると分かった。質問 ~ については71.43%の児童がとても難しかった少し難しかったと答えている。小学第2学年には少し難易度が高かったと反省している。

第1時の質問 ~ との関係調べてみる。
第1時の質問 ~ と第2時の質問 ~ の
平均値の分布を Graph1-3 に示した。



グラフからは関係がはっきりしないのでこ
こでも相関係数を求めてみる。

$$\text{相関係数} = 0.291$$

となり弱いながらも正の相関が見られるこ
とが分かった。

以上のようにパズルや積み木が好きだと答
えた児童これまでによく遊んできた児童は今
回実践した授業で楽しかったがんばったと満足
しており授業の自己評価がよくペントミノに
も興味を示している。それに対しパズルや積
み木があまり好きではないこれまでにあまり
経験してこなかったと答えた児童は授業の満
足度自己評価興味が低いことが分かった。「図
形感覚がそれまでの経験によるものである」
という仮説は興味関心の面についてはほぼ証
明できたと考える。しかし今回のアンケート
では子どもたちの真の図形感覚の豊かさとの
関連性までは知ることはできなかった。ゆえ
に、今後も図形に関する経験と図形感覚につ
いて更なる研究を重ねていきたい。

4. 本時の考察

4-1. 図形感覚を評価する場面

第2時の授業において、紙に沿って形を入

れていくのはほとんどの児童ができていた。
紙に沿って敷き詰めていくときに2通りの児
童の姿が見られた。まず図形感覚が優れてい
るとされる児童は紙をよく見て右のほうから
順に敷き詰めていった。それに対し図形に
慣れていないと思われる児童は順に敷き詰め
るのではなく偶然手にとった形を紙の中で探
し敷き詰めるという方法であった。

紙の空白の部分つまり分からない箇所が2
個のものは時間的な個人差はあるものの全
ての児童が敷き詰めることができた。しかし3
個4個となるにつれてスピーディにできる児
童とそうでない児童との個人差が大きくな
ったように感じた。

紙に描かれていない数箇所を敷き詰める
ときに見られた児童の姿として大きく次の4
通りがあった。

(1) 見通しをもって組み合わせを考える。

じっくり考えてから形を入れる児童はうま
く敷き詰められることが多かった。また、う
まく敷き詰められる児童は例えば、分から
ない箇所が3個の場合、ある1つの形を固定
して他の2個を2通りの組み合わせで入れて
みる。それでうまくいかなかったらまた別の
形を固定して組み合わせていくという姿が見
られた。

(2) 見通しをもたずに組み合わせを考える。

(1) に対しうまく敷き詰められない児童は
何度も同じ組み合わせをしたり一度うまく
できないと少し入れ方を変えてみるというこ
とはせず3個全て取り出してしまひまた初め
からやり直したりという姿が見られた。

(3) 隙間をあげながらもピースを置くこ
とができる。

入れ方が分かっていない数箇所に形を入
るとき穴が空いてしまうような入れ方をし
てしまう児童の姿が見られた。

(4) ピースを置くことができない。

例えば長い棒のような形を入らないところ
へ無理に押し込めて入れようとする児童の姿

が見られた。

以上のように個人差がかなり見られた。今回のように数箇所を自分で考えて敷き詰める活動では形の組み合わせを考えられるかどうかでうまく敷き詰められるかどうかが決まると言えそうである。

4-2. 教具としてのペントミノ

第1時では児童が5つの正方形を使って形を見つけていく操作活動中心の授業を実践した。本時のアンケート結果より94%の児童が授業は「楽しかった・がんばって取り組めた」と回答している。すなわち、ほとんどの児童が興味関心をもって取り組めた。これは本時が正方形を用いて自分の手を使ってできる操作活動であったからだと考える。

本時では活動に用いる正方形をタイルとし、その裏に磁石をつけた。それを用いて「おはじき板」の上で、ペントミノをつくった。「おはじき板」を用いたのは『「まわす」、「ひっくり返す」操作によって同じ形となることを理解する』というねらいの達成のためである。授業の中で「おはじき板」を用いることで向きにより違う形に見えても実は同じ形なのだと気付くことができた。このように磁石をつけ「おはじき板」の上で操作することは、向きに気付けると言う点で有効であった。しかし「おはじき板」では裏返すことはできないので表裏により同じ形と気付く児童が少なく欠点も見えた。例えば透明の板の上で操作できれば裏返して気付ける児童が多かったかもしれない。透明でかつ磁石がつくものが見当たらなかったため今回はおはじき板を用いたがさらに試行錯誤が必要であると考えている。

第2時では第1時で作った12種類の形を用いて長方形に敷き詰める活動を実践した。本時のアンケート結果より100%の児童が授

業は楽しくがんばれたと答えている。また97%の児童が再びこのパズルに挑戦してみたいパズルに興味を持ったと答えている。12種類のペントミノを使って長方形に敷き詰める活動は児童が意欲的に興味を持って取り組める活動であったと言える。

本時はペントミノを $6 \times 105 \times 12$ の長方形に敷き詰めた。児童が第2学年ということもあり12個全てを児童が考えて敷き詰めるのではなく敷き詰め方を紙に書きそれに沿って児童が敷き詰めていくこととした。そして分からない箇所をいくつか作って、そこを児童が自ら考えて敷き詰めていくこととした。その分からない箇所を2, 3, 4個と増やしていき難易度を上げていった。紙に沿って形を入れていくのはほとんどの児童ができていた。

このようにペントミノは児童が興味関心を持つことができさらには楽しみながら図形感覚を養っていける教材であり、ここにペントミノの有効性があると考えられる。手を使って試行錯誤しながら自分で何かを作ったり、動かしたりすることは、これまでの授業の中であまりなかったように感じられる。試行錯誤の中で、気付きや発見を味わい、意欲をもって活動してこそ図形感覚がさらに養われていくのではないかと考えている。

参考文献

- [1] 坪田耕三・ハンズオンマス研究会, 2000, ハンズオンで算数しよう・楽しい算数的活動の授業, 東洋館出版社
- [2] 黒田桂子・山田雅博・愛木豊彦, 2001, 基礎的経験を豊かにするための図形教育の実践～タングラムを用いたしきつめ～, 岐阜大学教育学部研究報告, 第26巻1号, pp.23-33.
- [3] 文部省, 1999, 小学校指導要領解説～算数編～, 東洋館出版社.