

「数と計算」領域での計算技能に関する調査研究

中西善裕¹, 岩田恵司²

本論文は、算数科の四則計算の計算技能に関して調査を行い、考察を加えたものである。調査の結果から、整数の加法・減法は、基本的には発展的な学習を行える可能性が高いことがわかった。しかし、整数・小数の乗法は、そのままでは発展的な学習を行うことは難しく、意図的な指導が必要である。また、小数の加法・減法、分数の乗法・除法については、1年後においても、学習内容を保持している割合は高い。しかし、分数の加法・減法については、学習内容の忘却幅が大きく、指導上配慮が必要となることが明らかになった。

<キーワード> 小学校, 算数, 調査研究, 数と計算, 計算技能

1. はじめに

平成14年度から実施される新学習指導要領では、学校5日制に向けて、指導内容、指導時間数の大幅な削減がなされた。「数と計算」領域においては、取り扱われる桁数が低く押さえ込まれている。学習指導要領では、その定める内容を基礎・基本に厳選したとしている。また、学習指導要領に示されている内容を基礎・基本として活用し、発展的な問題に取り組めるような子どもを育成することも大切であるとしている。従って、どのようにして基礎・基本の習熟と活用を図るのが今後の授業実践の課題となる。一方で、今回の時間数等の削減に関して、数学学会、数学教育学会などからは、算数・数学の基礎学力の低下を危惧する指摘があった。これらの見解には、実態調査などをもとにした具体的な内容についての考察は付け加えられていない。そこで、学習内容のどの部分に問題点があるのかを明らかにする事を意図して、調査研究を行うこととした。

2. 調査について

(1) 調査の対象及び調査時期

岐阜県内の小中学校計4校に調査を依頼した。調査対象としたのは、小学校第2学年から中学校第1学年までの442名である。調査は、平成13年4月から平成14年3月にかけて、学習の進度に応じて行った。

学年	人数
小学校第2学年	83人
小学校第3学年	97人
小学校第4学年	55人
小学校第5学年	95人
小学校第6学年	55人
中学校第1学年	57人
合計	442人

表1 調査対象の人数

分析のために、調査対象を以下のように分類してとらえた。

A群：新学習指導要領の学習内容までを既習とした学習者

B群：現行の学習指導要領の学習内容を既習した直後の学習者

¹岐阜大学大学院教育学研究科

²岐阜大学教育学部

C群：現行の学習指導要領の学習内容を既習した1年後の学習者

(2) 調査の内容

調査内容は、整数、小数、分数の加減乗除について行った。調査問題は、以下の12種類である。

整数の加法 整数の減法 整数の乗法
 整数の除法 小数の加法 小数の減法
 小数の乗法 小数の除法 分数の加法
 分数の減法 分数の乗法 分数の除法

問題は、現行の学習指導要領に基づいた教科書の中から選び出した。それぞれの調査内容につき、問題を3問から8問用意した。時間は問題により、10分から20分かけて行った。

調査目的は下記の2つである。

調査1 発展的な学習に関する調査

新学習指導要領の内容を既習とした学習者が、現行の学習指導要領に示されている学習内容を、どの程度発展的に学習できるか調べることを目的とした。そのため、新学習指導要領の内容までを既習とした学習者（A群）と現行の学習指導要領の学習内容を既習した学習者（C群）を調査対象とした。

調査2 学習内容の保持に関する調査

調査問題の内容を学習し終えた学習者が時間の経過とともに、学習内容をどの程度保持しているかを調べることを目的とした。そのため、調査問題を既習とした直後の学習者（B群）と、調査問題を既習した1年後の学習者（C群）を調査対象とした。

3. 結果と考察

(1) 発展的な学習に関する調査

未習の内容と既習の内容の「正答率」の比較により、傾向をとらえ考察を行う。「正答率」の用語を以下の式により定義する。

α = 問題の総数

β = 解答が正答している数

$$\text{正答率} = \frac{\beta}{\alpha} \times 100$$

なお、A群にとって未習の内容は、*をつけて示す。

(ア) 整数の加法

調査対象

A群... 3位数の加法までを既習

C群... 調査問題の内容はすべて既習

調査内容

問題1	5 9 5 + 1 3 8
問題2	7 4 + 2 6 7
問題3	5 8 3 + 4 6 1
問題4 *	3 5 6 3 2 + 4 4 5 2 1
問題5 *	6 7 9 3 4 + 5 3 6 7 4
問題6 *	2 5 3 9 2 0 + 6 8 8 5 7

表2 整数の加法の問題一覧

問題ごとの正答率

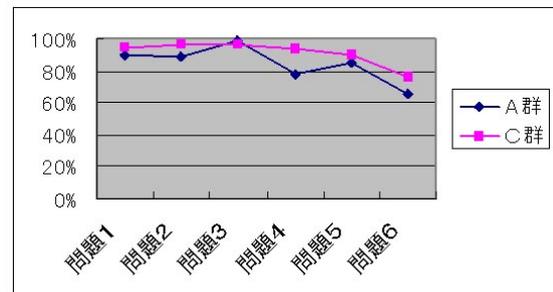


図1 整数の加法の正答率

A群の全体の正答率：84%

C群の全体の正答率：91%

結果の考察

整数の加法は、十進位取り記数法の仕組みを利用して、1位数と1位数との加法に帰着して計算する。新学習指導要領では、3位数の加法までが学習範囲として示されている。

A群について未習の問題の中で、問題4・問題5については、正答率が7割を越えている。一方で、問題6については、正答率は約6割である。問題6については、C群においても正答率が低い。従って、基本的には4位

数以上の加法を発展的に学習していける可能性は高いと考えられる。ただし、桁数が不揃いの問題については、配慮が必要である。

(イ) 整数の減法

調査対象

A群... 3位数の減法までを既習

C群... 調査問題の内容はすべて既習

調査内容

問題1	4 1 3 - 2 6 6
問題2	4 3 7 - 5 3
問題3	6 0 1 - 4 2 8
問題4*	1 3 5 4 - 4 3 1
問題5*	1 0 0 0 - 7 6 5
問題6*	1 3 4 5 9 - 5 3 6 1
問題7*	7 2 3 1 9 - 2 8 5 1 3
問題8*	3 7 4 0 5 8 - 1 9 5 3 7 9

表3 整数の減法の問題一覧

問題ごとの正答率

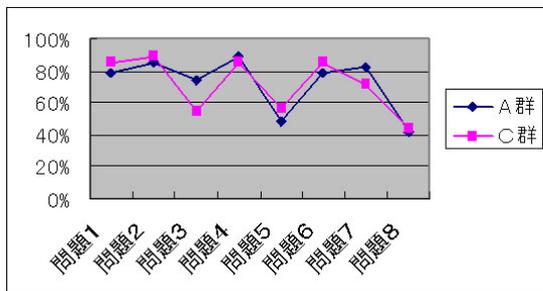


図2 整数の減法の正答率

A群の全体の正答率：72%

C群の全体の正答率：71%

結果の考察

整数の減法は、十進位取り記数法の仕組みを利用して、1位数と1位数との加法の逆の減法に帰着して計算する。新学習指導要領では、3位数の減法までが学習範囲として示されている。

A群について未習の中で問題4・問題6・問題7については、正答率が7割を越えている。一方で、問題5・問題8については、正

答率が5割を下回っている。これらの問題については、C群においても、正答率が低い。従って、基本的には4位数以上の減法を発展的に学習していける可能性は高いと考えられる。ただし、2回以上繰り下がりのある場合の減法については、配慮が必要である。

(ウ) 整数の乗法

調査対象

A群... 3位数×2位数までを既習

C群... 調査問題の内容はすべて既習

調査内容

問題1	6 8 3 × 4
問題2	4 0 5 × 9
問題3	8 3 × 6 4
問題4	3 8 × 7 0
問題5	2 1 4 × 3 4
問題6	2 3 5 × 9 7
問題7*	4 3 8 × 2 1 6
問題8*	3 2 4 × 2 0 6

表4 整数の乗法の問題一覧

問題ごとの正答率

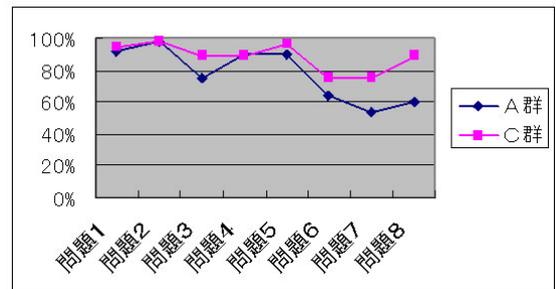


図3 整数の乗法の正答率

A群の全体の正答率：78%

C群の全体の正答率：88%

結果の考察

整数の乗法は、十進位取り記数法の仕組みと数の相対的な見方を利用して、1位数と1位数との乗法に帰着して計算する。新学習指導要領では、3位数×1位数や2位数×2位数までが学習範囲として示されている。した

がって、新学習指導要領では、問題5以降が未習の内容となる。しかし、調査依頼をした学校の学習進度の関係で、問題5・問題6も、既習となっている。

C群に比べ、A群は全体的に正答率が下回っている。特に、未習の内容である問題7・問題8については、正答率は低い。したがって、3位数×2位数までの計算までを既習としていても、3位数×3位数の計算を発展的に考えていくことは難しいと考えられる。整数の乘法においては、乗数が3位数になる場合の乘法を意図的に取り上げる中で、数の相対的な見方を養うなど指導の工夫が必要である。

(カ) 小数の乘法

調査対象

A群... 小数第1位の乘法までを既習

C群... 調査問題の内容はすべて既習

調査内容

問題1	8.2×1.3
問題2	2.4×3.5
問題3*	2.56×3.4
問題4*	4.2×1.39
問題5*	2.76×3.14
問題6*	0.75×0.3

表5 小数の乘法の問題一覧

問題ごとの正答率

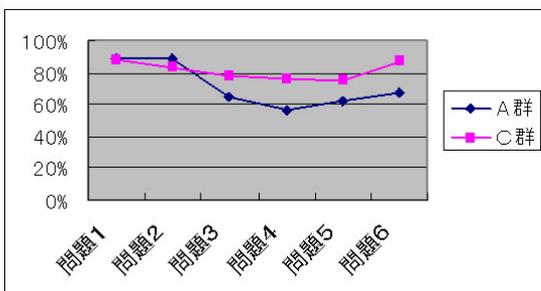


図4 小数の乘法の正答率

A群の全体の正答率：72%

C群の全体の正答率：81%

結果の考察

小数の乘法は、被乗数や乗数を 10^n 倍 (n : 自然数) して、整数の乘法に帰着して考えることができる。筆算では、小数を整数とみて計算し、積の小数部分の桁数が、乗数と被乗数の桁数の和と同じになるように小数点をうつことになる。新学習指導要領では、小数第1位までの乘法が学習範囲として示されている。

A群は、問題3から問題6までの未習な内容すべてについて、正答率が7割を下回っている。したがって、小数の乘法については、そのままでは発展的な問題に取り組める可能性が低いと考えられる。小数の乘法においては、被乗数や乗数が小数第2位になる場合の乘法を意図的に取り上げる中で、数の相対的な見方を養うなど指導の工夫が必要である。

(2) 学習内容の保持に関する調査

調査対象ごとの正答率の比較を中心に、傾向をとらえ考察を行う。問題によっては、「記述率」や「準正答率」、解決方法、誤答傾向についての結果を示し考察を加える。「記述率」「準正答率」という2つの用語を以下の式により定義する。

α = 問題の総数

β = 解答が正答している数

γ = 解答が記述してある数

記述率 = $\frac{\gamma}{\alpha} \times 100$

準正答率 = $\frac{\beta}{\gamma} \times 100$

(ア) 整数の除法

調査内容

問題1	$324 \div 41$
問題2	$332 \div 47$
問題3	$432 \div 18$
問題4	$8960 \div 35$
問題5	$7622 \div 37$
問題6	$6893 \div 82$
問題7	$875 \div 125$
問題8	$9282 \div 714$

表6 整数の除法の問題一覧

問題ごとの正答率

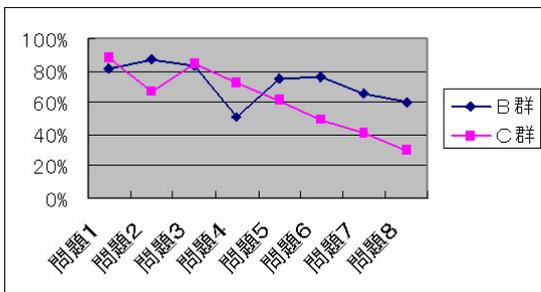


図5 整数の除法の正答率

B群の全体の正答率：73%

C群の全体の正答率：61%

記述率

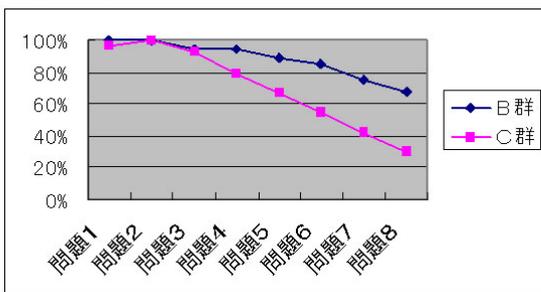


図6 整数の除法の記述率

B群の全体の記述率：88%

C群の全体の記述率：70%

準正答率

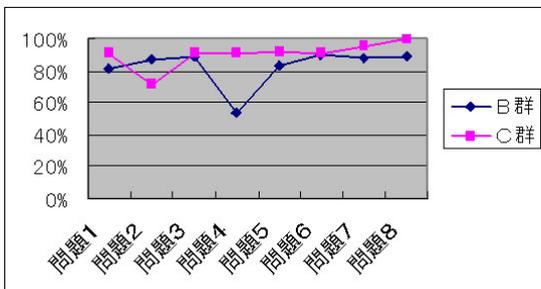


図7 整数の除法の準正答率

B群の全体の準正答率：83%

C群の全体の準正答率：90%

結果の考察

整数の除法の筆算は「見当づけて商をたて」「かける」「ひく」「 $0 \leq \text{あまり} < \text{除数}$ の検討」「必要な場合の仮商の修正」という手順で計算が行われる。各段階の積や商の見当をつける場合に、概算して考えることが必要となる。

C群はB群より正答率が約10%下回っている。その主たる原因は、計算を記述できていないことがあげられる。学習者は、計算方法を忘れてしまったり、時間内に問題を解くことができなかつたりしたことが予想される。整数の除法は、小数の除法での活用など意図的な繰り返しにより、確実な定着を計る必要がある。

(イ) 小数の加法

調査内容

問題1	$1.5 + 1.3$
問題2	$0.5 + 0.8$
問題3	$0.4 + 0.6$
問題4	$1.23 + 4.75$
問題5	$6.5 + 1.82$
問題6	$0.571 + 1.329$

表7 小数の加法の問題一覧

問題ごとの正答率

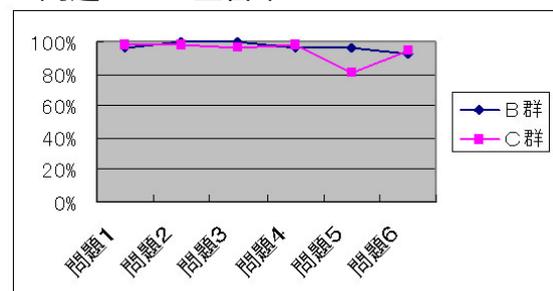


図8 小数の加法の正答率

B群の全体の正答率：97%

C群の全体の正答率：94%

結果の考察

小数の加法は，最小単位に着目して，整数の加法に帰着して計算する。また，その筆算では，位をそろえることを小数点の位置をそろえることであるととらえることが必要となる。

B群・C群ともに正答率が高く，1年間での差がほとんど見られない。小数の加法は，学習者には理解されやすく，1年間での忘却する割合が少ない計算であると考えられる。

(ウ) 小数の減法

調査内容

問題 1	$2.5 - 1.3$
問題 2	$1.2 - 0.7$
問題 3	$1 - 0.3$
問題 4	$4.56 - 1.35$
問題 5	$8.26 - 4.76$
問題 6	$7.24 - 5.3$
問題 7	$3 - 0.62$
問題 8	$2.6 - 2.53$

表 8 小数の減法の問題一覧

問題ごとの正答率

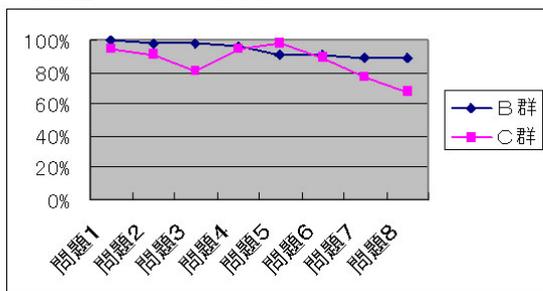


図 9 小数の減法の正答率

B群の全体の正答率：94%

C群の全体の正答率：87%

結果の考察

小数の減法は，最小単位に着目して，整数の減法に帰着して計算する。また，その筆算は，位をそろえることは，小数点の位置をそろえることであるととらえることが必要となる。

調査結果は，小数の加法とほぼ同様な傾向である。

(エ) 小数の除法

調査内容

問題 1	$8.7 \div 3$
問題 2	$480 \div 3.2$
問題 3	$160 \div 0.8$
問題 4	$7.62 \div 6$
問題 5	$52.9 \div 23$
問題 6	$4.32 \div 1.8$
問題 7	$1.68 \div 0.3$
問題 8	$4.899 \div 2.13$

表 9 小数の除法の問題一覧

問題ごとの正答率

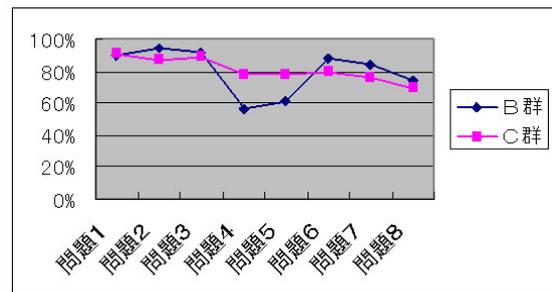


図 10 小数の除法の正答率

B群の全体の正答率：80%

C群の全体の正答率：81%

結果の考察

小数の除法は，被除数や除数を 10^n 倍 (n ：自然数) して，整数の除法に帰着して計算する。また，その筆算は，除数の小数点を右に移して整数にし，被除数の小数点を除数の小数点と同じ桁数だけ右に移すことであるととらえることが必要となる。

B群とC群の正答率の差は，ほとんど見られない。しかし，全体の正答率は，あまり高くはない。小数の除法は，基礎・基本となる整数の除法の確実な定着が必要である。

(オ) 分数の加法

調査内容

問題 1	$\frac{2}{4} + \frac{3}{4}$
問題 2	$\frac{1}{5} + \frac{1}{4}$
問題 3	$\frac{3}{10} + \frac{8}{15}$
問題 4	$1\frac{5}{6} + 3\frac{1}{6}$
問題 5	$1\frac{2}{5} + 1\frac{3}{10}$
問題 6	$2\frac{1}{2} + 1\frac{2}{3}$

表 10 分数の加法の問題一覧

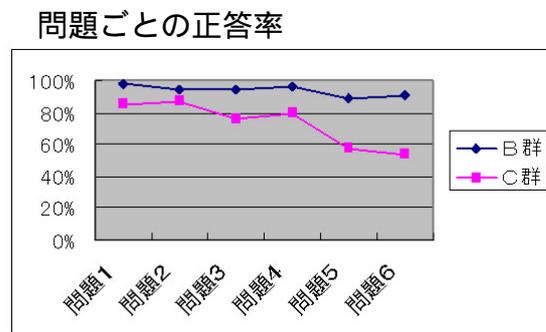


図 11 分数の加法の正答率

B群の全体の正答率：94%

C群の全体の正答率：73%

誤答傾向

誤答を以下の7種類に分けて集計した。

誤答 a... ケアレスミス

誤答 b... 整数の四則計算のミス

誤答 c... 分数の減法の計算原理のミス

誤答 d... 仮分数にする時のミス

誤答 e... 帯分数にする時のミス

誤答 f... 約分する時のミス

誤答 g... 通分する時のミス

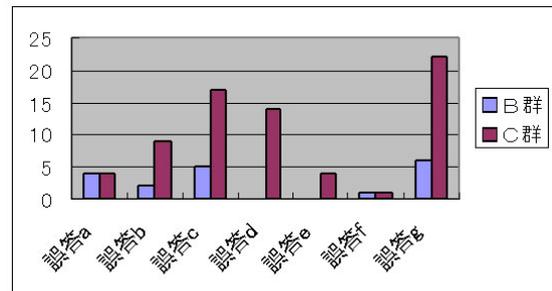


図 12 分数の加法の誤答傾向

解決方法による正答率

問題5・6について、解決方法を以下の4つに分けて集計し、それぞれの正答率を求めた。

方法 a... 全体を仮分数にしない

方法 b... 全体を仮分数にする

不明

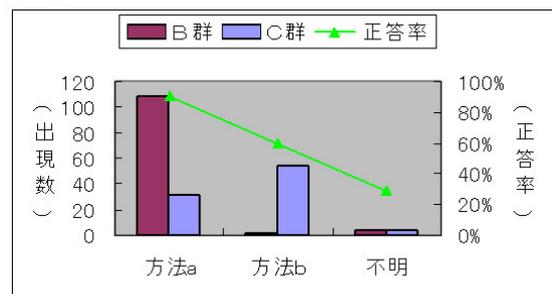


図 13 調査対象ごとの解決方法と解決方法ごとの正答率

結果の考察

分数の加法は、単位分数に着目して、整数の計算に帰着して計算する。また、異分母分数の計算では、異なる単位から等しい単位を作って、同分母とすることが必要となる。

C群はB群より正答率が約20%下回っている。その主たる原因として、通分する時のミスがあげられる。C群の学習者は、通分するときに、全体を仮分数にしてから通分しており、その時に計算ミスを起こしている。

C群は、分数の乗法・除法の学習を終えた後にこの調査を行っており、分数の加法の計算方法と分数の乗法・除法の計算と混同していることが予測される。

(カ) 分数の減法

調査内容

問題 1	$\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$
問題 2	$\frac{2}{3} - \frac{1}{6}$
問題 3	$5\frac{1}{4} - 2\frac{3}{4}$
問題 4	$3 - 1\frac{3}{4}$
問題 5	$3\frac{5}{6} - 2\frac{3}{4}$
問題 6	$4\frac{2}{3} - 1\frac{4}{5}$

表 11 分数の減法の問題一覧

問題ごとの正答率

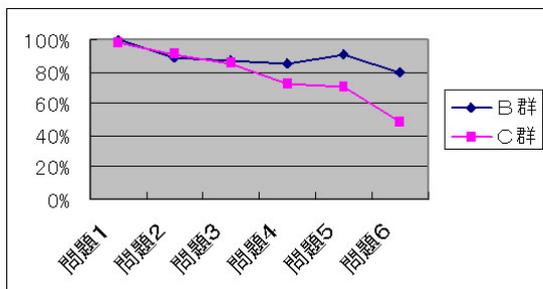


図 14 分数の減法の正答率

B群の全体の正答率：89%

C群の全体の正答率：77%

誤答傾向

誤答を、分数の加法と同じ7種類に分けて集計した。

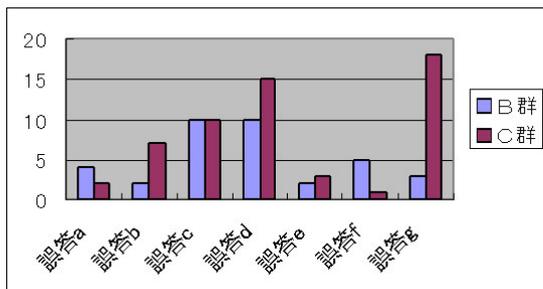


図 15 分数の減法の誤答傾向

解決方法ごとの正答率

問題6について、解決方法を以下の7つに分けて集計し、それぞれの正答率を求めた。

方法 a...一部を仮分数にする

方法 b...全体を仮分数にする

方法 c...仮分数の仕方が不明

方法 d...仮分数にするのと通分を別に行う

方法 e...仮分数にするのと通分を同時に行う

不明

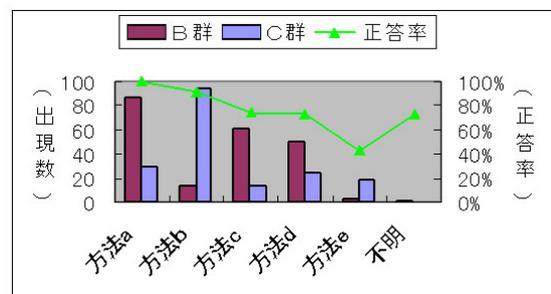


図 16 対象ごとの解決方法と解決方法ごとの正答率

結果の考察

分数の減法は、単位分数に着目して、整数の計算に帰着して計算する。また、異分母分数の計算では、異なる単位から等しい単位を作って、同分母とすることが必要となる。

調査結果は、分数の加法とほぼ同じ傾向である。

(キ) 分数の乗法

調査内容

問題 1	$\frac{2}{5} \times \frac{4}{5}$
問題 2	$\frac{8}{9} \times \frac{3}{4}$
問題 3	$2\frac{1}{2} \times 1\frac{3}{4}$

表 12 分数の乗法の問題一覧

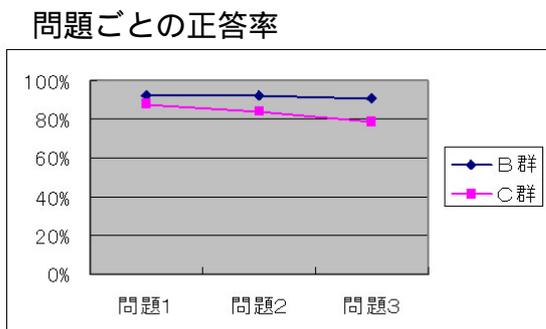


図 17 分数の乗法の正答率

B群の全体の正答率：92%

C群の全体の正答率：84%

結果の考察

分数の乗法は、単位分数のいくつ分や割合による意味をもとにして、整数の乗法や除法に帰着して計算する。また、計算方法は、分母は分母どうし分子は分子どうしをそれぞれかけるという形式にまとめられる。

調査結果によると、分数の乗法、B群・C群ともに正答率が高く、1年間での差がほとんど見られない。分数の乗法は、学習者には理解されやすく、1年間での忘却する割合は少ない計算であると考えられる。

(ク) 分数の除法

調査内容

問題 1	$\frac{2}{5} \div \frac{3}{4}$
問題 2	$\frac{9}{10} \div \frac{3}{4}$
問題 3	$2\frac{1}{2} \div 3\frac{3}{4}$

表 13 分数の除法の問題一覧

問題ごとの正答率

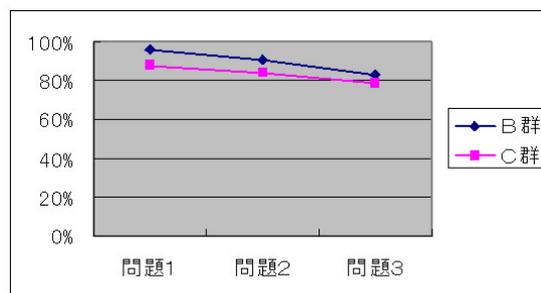


図 18 分数の除法の正答率

B群の全体の正答率：90%

C群の全体の正答率：84%

結果の考察

分数の除法は、分数の乗法の学習を活用しながら、単位分数のいくつ分や割合による意味をもとにして、整数の乗法や除法に帰着して計算する。また、計算方法は、わられる数に、わる数の分子と分母を入れかえた分数をかけるという形式にまとめられる。

調査結果は、分数の乗法とほぼ同様な傾向であるといえる。

4. おわりに

調査の結果より、次の点が明らかになった。

(1) 発展的な学習に関する調査に関して

- ・整数の加法、整数の減法については、基本的に発展的な学習が行える可能性が高いと考えられる。ただし、桁数が不揃いの問題や2回以上繰り返し下がりがある場合の問題について取り扱いに配慮する必要がある。

- ・整数の乗法、小数の乗法については、発展的な学習をそのままでは行える可能性が低いと考えられる。したがって、これらの問題については、指導方法を工夫して取り扱う必要がある。

(2) 学習内容の保持に関する調査に関して

- ・小数の加法・減法、分数の乗法・除法については、全体の正答率が高く、1年間で正答率の差が少ないため、学習者にとってこれらの計算は、理解しやすいと判断できる。

・整数の除法は1年間で正答率の差が大きく、学習者にとってこの計算は、理解しづらいと判断できる。また、小数の除法は、1年間で正答率の差が少ないが、全体の正答率はあまり高くない。整数の除法は、小数の除法での活用など指導の工夫が必要である。

・分数の加法、分数の減法については、1年間で正答率の差が多く、学習者にとってこれらの計算は、理解しづらいと判断できる。その主たる要因として、分数の乗法・除法の学習内容と混同していることが予測される。そのため、分数の乗法・除法の学習の後に、もう一度振り返る場面を設定するなど、意図的な指導を行う必要がある。

参考文献

[1] 文部省,1989, 小学校指導書 算数編, 東洋館出版社.

[2] 片桐重男,1995, 数学的な考え方を育てる

『加法・減法』の指導, 明治図書.

[3] 片桐重男,1995, 数学的な考え方を育てる『乗法・除法』の指導, 明治図書.

[4] 岩田恵司・中馬悟朗・渡辺勝敏・勝野和広,1997, 教員養成に対する教師の意識に関する調査研究, 岐阜大学カリキュラム開発研究センター研究報告, vol.17, No.1, pp. 31-32.

[5] 岩田恵司・中馬悟朗・渡辺勝敏・勝野和広,1997, 現職教員に対する教師の意識に関する調査研究, 岐阜大学カリキュラム開発研究センター研究報告, vol.17, No.1, pp. 46-47.

[6] 岩田恵司・高橋真代子,1999, 算数教育に関する調査研究～新学習指導要領の告示を受けて～, 岐阜大学教育学部研究報告 教育実践研究 第1巻, pp.48-52.

[7] 文部省,1999, 小学校学習指導要領解説 算数編, 東洋館出版社.

[8] 平岡忠ほか,2001, 小学校算数科指導の研究, 建帛社.